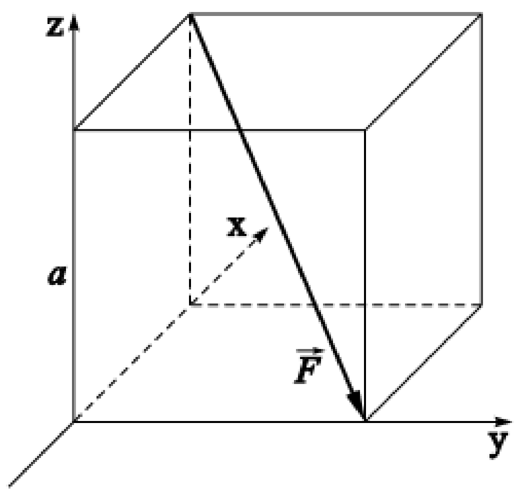
# ANÁLISIS VECTORIAL
## CAP 3: VECTORES EN 3D

Por Félix Aucallanchi Velásquez

**03.**- Expresar el vector $\overline{F}$ mostrado en términos de sus componentes rectangulares sabiendo que «$a$» es la arista del cubo.



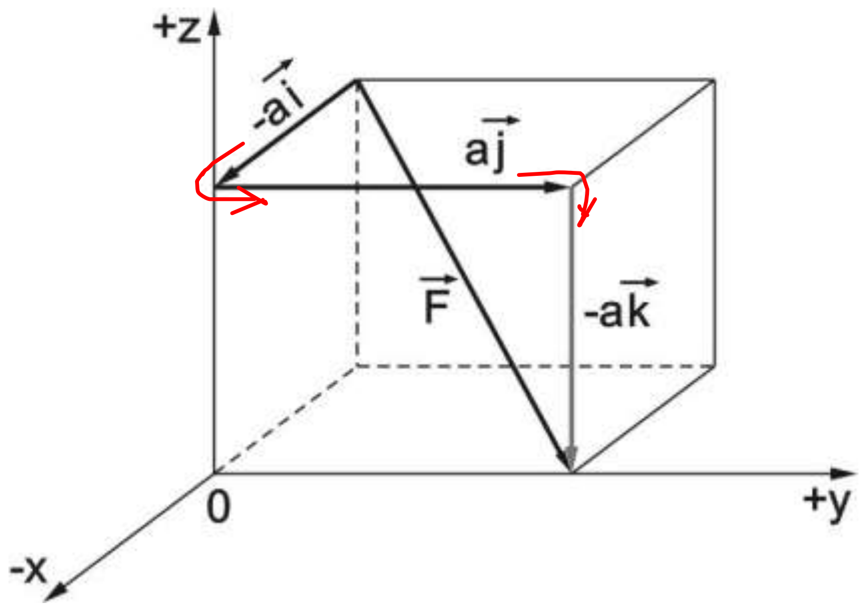

A) $a\vec{i}+a\vec{j}+a\vec{k}$

B) $-a\vec{i}+a\vec{j}-a\vec{k}$

C) $-a\vec{i}-a\vec{j}-a\vec{k}$

D) $-a\vec{i}-a\vec{j}+a\vec{k}$

E) $-a\vec{i}+a\vec{j}+a\vec{k}$




$$\vec{F} = -a\vec{i} + a\vec{j} - a\vec{k}$$

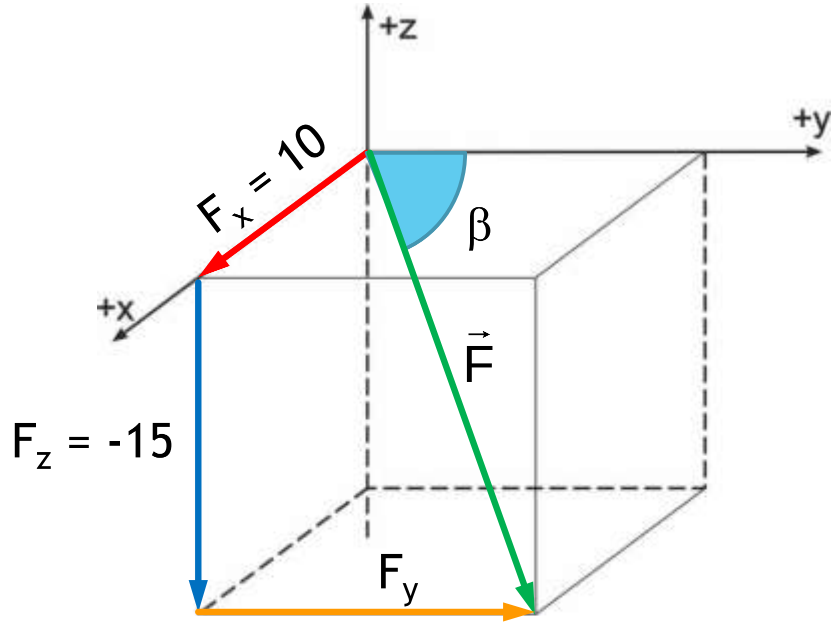
**Resp: B**

**01.**- Un vector $\overline{F}$ tiene un módulo $|\overline{F}| = 25$. Si sus componentes son $F_x = 10$ y $F_z = -15$, se pide determinar la componente $F_y$ si se sabe que el ángulo direccional «β» es agudo.

A) $-15\sqrt{3}$  B) 10  C) -12  D) 8  E) $10\sqrt{3}$

i. Datos: $|\vec{F}| = 25$; $F_x = 10$ ; $F_z = -15$; $\beta < 90°$

Si $\beta$ es agudo entonces $F_y$ está dirigido hacia +y




ii. Aplicando la ecuación que define el módulo de un vector espacial, se tiene:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2$$

$$25^2 = 10^2 + F_y^2 + (-15)^2$$

$$625 = 100 + F_y^2 + 225$$

$$F_y^2 = 625 - 325 \rightarrow F_y^2 = 300$$

$$F_y = \pm\sqrt{300} \rightarrow F_y = \pm 10\sqrt{3}$$

Según condición:

$$\therefore F_y = +10\sqrt{3}$$

**Resp: E**

**05.**- Se sabe que el cable ejerce una fuerza $\overline{F}$ sobre el gancho en «O» cuya magnitud es 200 N. El ángulo entre $\overline{F}$ y el eje «x» es de 45º y el ángulo entre $\overline{F}$ y el eje «y» es de 60º. Se pide determinar la componente de $\overline{F}$ en el eje «z».

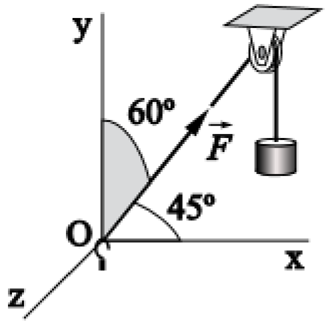
A) -120 N

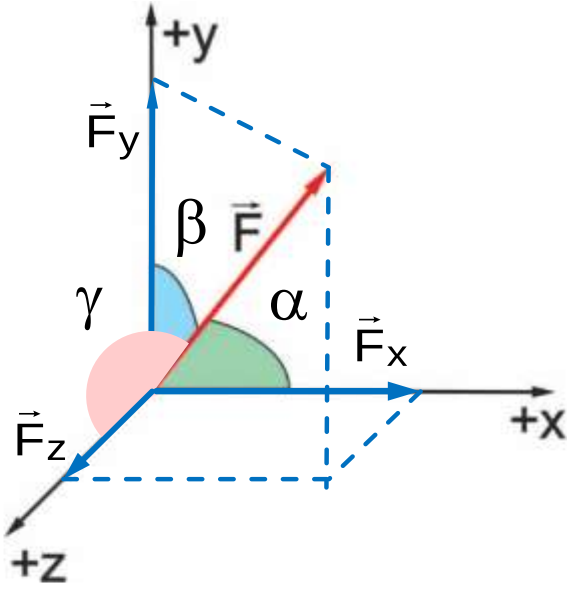
B) +100 N

C) -200 N

D) +120 N

E) +130 N




Datos:

$$\left|\vec{F}\right| = 200\,N$$

$$\alpha = 45° \; ; \; \beta = 60°$$

Aplicando la propiedad de los cuadrados de los cosenos directores, se tiene:

$$\cos^2 45° + \cos^2 60° + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{F_z}{|\vec{F}|}\right)^2 = 1$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}_{\frac{3}{4}} + \left(\frac{F_z}{200}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{F_z}{200}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{F_z}{200} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow \frac{F_z}{200} = +\frac{1}{2}$$

$$\therefore F_z = +100\,N$$

**Resp: B**

**08.-** Calcular (en cm) la longitud del vector resultante.

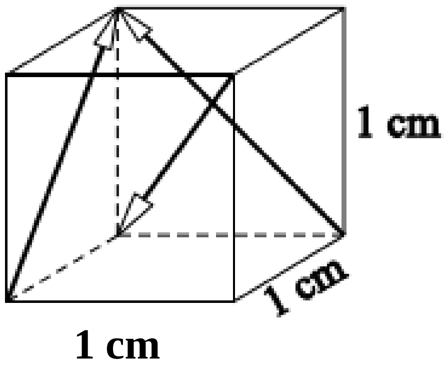
A) 3

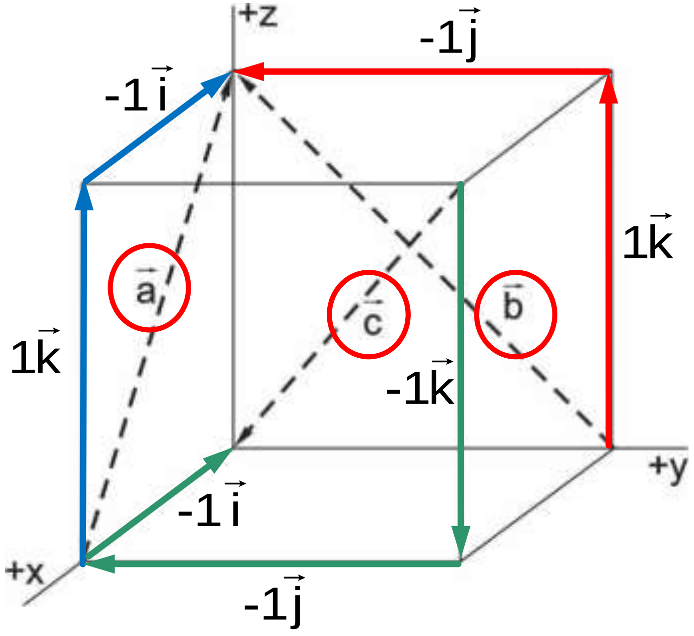
B) 6

C) 7

D) 8

E) 9




$$\vec{a} = 1\vec{k} + \left(-1\vec{i}\right) \rightarrow \vec{a} = -1\vec{i} + 0\vec{j} + 1\vec{k}$$

$$\vec{b} = 1\vec{k} + \left(-1\vec{j}\right) \rightarrow \vec{b} = 0\vec{i} - 1\vec{j} + \cancel{1\vec{k}}$$

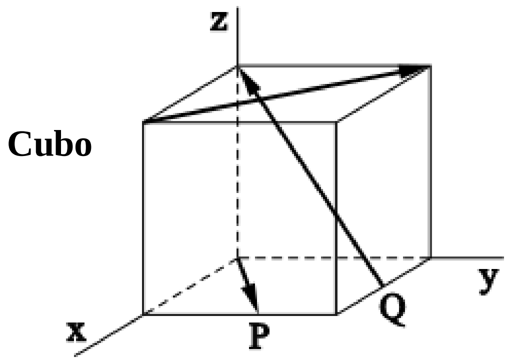
$$\vec{c} = -1\vec{k} - 1\vec{j} - 1\vec{i} \rightarrow \vec{c} = -1\vec{i} - 1\vec{j} - \cancel{1\vec{k}}$$

$$\sum \vec{V} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \rightarrow \vec{R} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 1\vec{k}$$

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} \quad \therefore \left|\vec{R}\right| = 3\,\text{cm}$$

**Resp: A**

**18.**- En la figura mostrada, «P» y «Q» son puntos medios de dos aristas. Se pide determinar el vector unitario de la resultante de los vectores dados.




A) $-0{,}21\,\vec{i} + 0{,}40\,\vec{j} + 0{,}75\,\vec{k}$

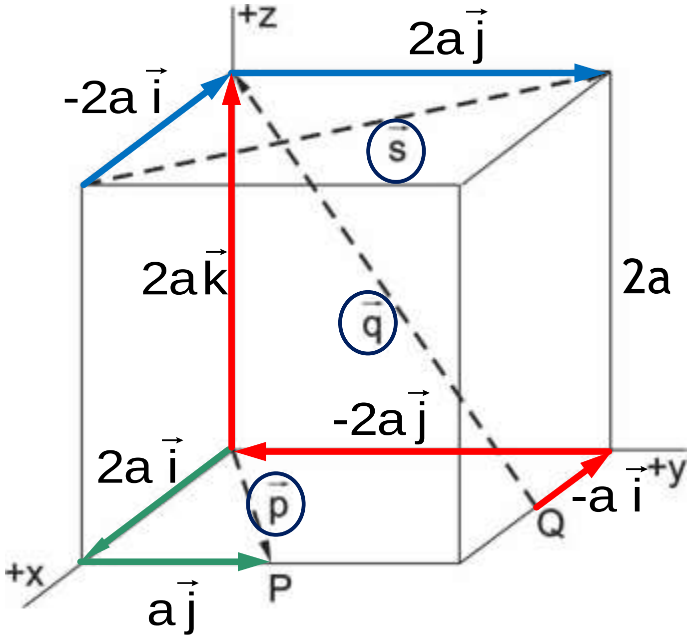
B) $-0{,}41\,\vec{i} + 0{,}41\,\vec{j} + 0{,}82\,\vec{k}$

C) $-0{,}34\,\vec{i} + 0{,}65\,\vec{j} + 0{,}87\,\vec{k}$

D) $-0{,}29\,\vec{i} + 0{,}91\,\vec{j} + 0{,}02\,\vec{k}$

E) $-0{,}61\,\vec{i} + 0{,}56\,\vec{j} + 0{,}26\,\vec{k}$

Sea 2a la medida de la arista del cubo:




$$\vec{p} = 2a\vec{i} + a\vec{j} \;\rightarrow\; \vec{p} = \cancel{2}a\vec{i} + a\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{q} = -a\vec{i} + \left(-2a\,\vec{j}\right) + 2a\vec{k} \;\rightarrow\; \vec{q} = -a\vec{i} - \cancel{2}a\,\vec{j} + 2a\vec{k}$$

$$\vec{s} = -2a\vec{i} + 2a\,\vec{j} \;\rightarrow\; \vec{s} = -\cancel{2}a\vec{i} + \cancel{2}a\,\vec{j} + 0\,\vec{k}$$

$$\sum \vec{V} = \vec{p} + \vec{q} + \vec{s} \;\rightarrow\; \vec{R} = -a\vec{i} + a\vec{j} + 2a\vec{k}$$

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{a^2 + a^2 + (2a)^2} \;\therefore\; \left|\vec{R}\right| = a\sqrt{6}$$

$$\vec{u}_R = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} \rightarrow \vec{u}_R = \frac{-\cancel{a}\vec{i} + \cancel{a}\vec{j} + 2\cancel{a}\vec{k}}{\cancel{a}\sqrt{6}}$$

$$\vec{u}_R = -\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{2}{\sqrt{6}}\vec{k}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \approx 0{,}41$$

$$\vec{u}_R = -0{,}41\vec{i} + 0{,}41\vec{j} + 0{,}82\vec{k}$$

**Resp: B**

**06.**- Una fuerza $\overline{F}$ está aplicada desde A(-2; 4; 0) hasta B(3; 6; 4). Si $|\overline{F}| = 21\sqrt{5}$ N, se pide determinar la expresión vectorial cartesiana del vector $\overline{F}$ en la dirección AB.

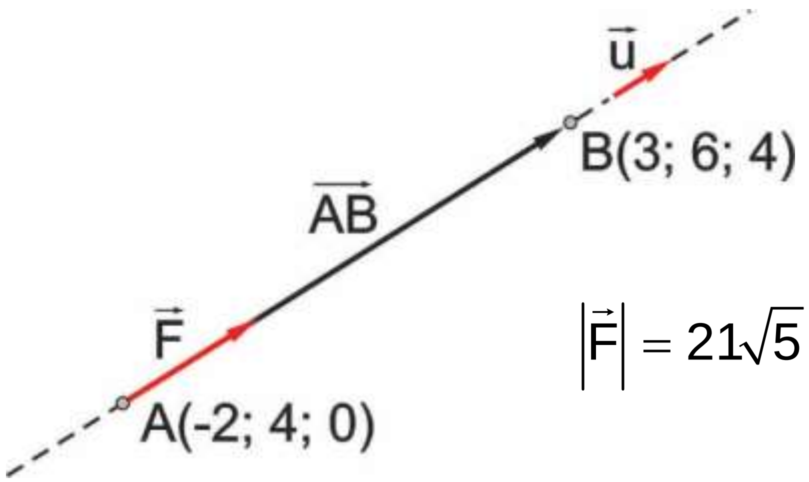
A) $\overline{F} = (35\,\bar{i} + 14\,\bar{j} + 28\,\bar{k})$ N

B) $\overline{F} = (25\,\bar{i} + 14\,\bar{j} + 21\,\bar{k})$ N

C) $\overline{F} = (32\,\bar{i} - 12\,\bar{j} + 25\,\bar{k})$ N

D) $\overline{F} = (25\,\bar{i} + 10\,\bar{j} - 21\,\bar{k})$ N

E) $\overline{F} = (45\,\bar{i} - 14\,\bar{j} + 20\,\bar{k})$ N




$|\vec{F}| = 21\sqrt{5}\,\text{N}$

a) $\overrightarrow{AB} = B - A \rightarrow \overrightarrow{AB} = (3;6;4) - (-2;4;0)$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + 2^2 + 4^2} \rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{5}$

b) $\vec{u} = \dfrac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \rightarrow \vec{F} = \left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\right)|\vec{F}|$

$$\vec{F} = \left(\frac{5\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}}{3\cancel{\sqrt{5}}}\right)21\cancel{\sqrt{5}}$$

$$\vec{F} = (35\vec{i} + 14\vec{j} + 28\vec{k})\,\text{N}$$

**Resp: A**

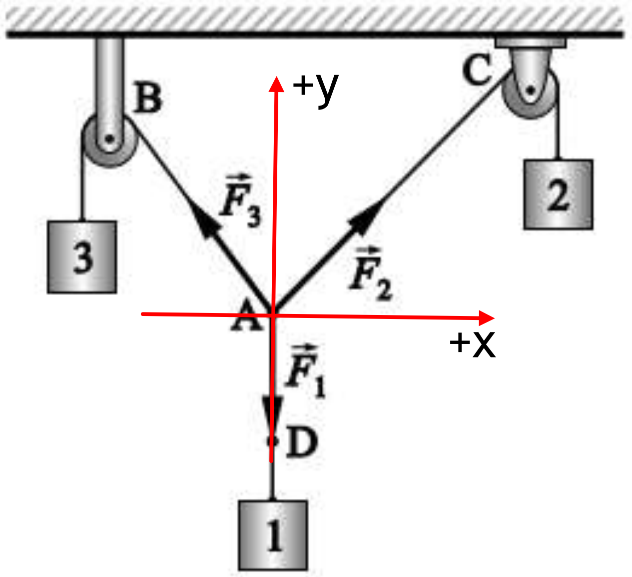
**27.**- El sistema muestra tres fuerzas tales que $\left|\vec{F}_1\right| = 105\text{ N}$ y $\left|\vec{F}_3\right| = 45\sqrt{2}\text{ N}$. Sabiendo además que A = (0; 0) cm; B = (-10; 10) cm y C = (12; 16) m; se pide determinar la suma de vectores unitarios:

$$\Sigma\vec{u} = \vec{u}_{AB} + \vec{u}_{AC} + \vec{u}_{AD}$$

A) $0{,}127\vec{i} + 0{,}245\vec{j}$ B) $-0{,}463\vec{i} - 0{,}623\vec{j}$

C) $0{,}812\vec{i} + 0{,}134\vec{j}$ D) $0{,}216\vec{i} - 0{,}623\vec{j}$

E) $-0{,}107\vec{i} + 0{,}507\vec{j}$




$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707$$

$$A = (0;0)\text{cm}$$

$$B = (-10;10)\text{cm}$$

$$C = (12;16)\text{cm}$$

i) $\vec{u}_{AD} = -1\vec{j}$

ii) $\vec{u}_{AB} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|} \rightarrow \vec{u}_{AB} = \dfrac{(-10;10)-(0;0)}{\sqrt{10^2+10^2}}$

$$\vec{u}_{AB} = \frac{-10\vec{i}+10\vec{j}}{10\sqrt{2}} \rightarrow \vec{u}_{AB} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

$$\vec{u}_{AB} = -0{,}707\vec{i} + 0{,}707\vec{j}$$

iii) $\vec{u}_{AC} = \dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|} \rightarrow \vec{u}_{AC} = \dfrac{(12;16)-(0;0)}{\sqrt{12^2+16^2}}$

$$\vec{u}_{AC} = \frac{12\vec{i}+16\vec{j}}{20} \rightarrow \vec{u}_{AC} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\vec{u}_{AC} = 0{,}6\vec{i} + 0{,}8\vec{j}$$

iv) $\sum\vec{u} = (-0{,}707+0{,}6)\vec{i} + (-1+0{,}707+0{,}8)\vec{j}$

$\therefore \sum\vec{u} = -0{,}107\vec{i} + 0{,}507\vec{j}$

**Resp: E**